

บทที่ 1

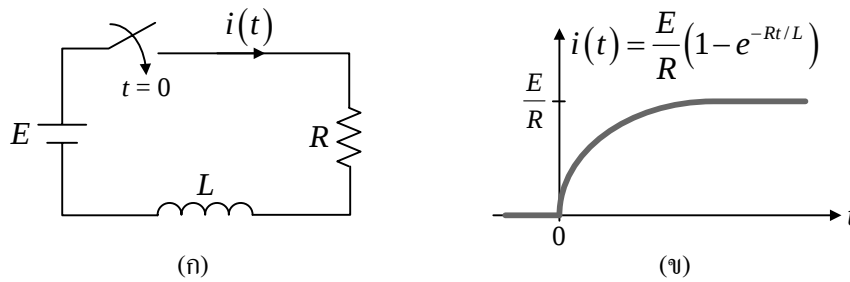
พื้นฐานของสัญญาณและระบบ

การวิเคราะห์สัญญาณและระบบเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งทางด้านวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม เพราะช่วยให้เข้าใจถึงลักษณะและโครงสร้างการทำงานของระบบ ดังนั้นความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานของสัญญาณและระบบจึงมีความสำคัญมาก ในบทนี้จะอธิบายทฤษฎีพื้นฐานต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสัญญาณและระบบ โดยเริ่มจากประเภทของสัญญาณ การแปลงลักษณะของสัญญาณ สัญญาณเลขชี้กำลังเชิงซ้อน และสัญญาณพื้นฐานอื่นๆ ที่น่าสนใจ รวมทั้งการจำแนกประเภทของระบบ เป็นต้น เพื่อเตรียมความพร้อมให้ผู้อ่านได้เข้าใจถึงพื้นฐานต่างๆ ที่จำเป็นสำหรับการวิเคราะห์สัญญาณและระบบที่จะศึกษาในบทต่อไป สำหรับผู้สนใจที่ต้องการศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมของเนื้อหาในบทนี้สามารถค้นคว้าได้จาก [1 – 5]

1.1 สัญญาณ

ปรากฏการณ์ทางกายภาพหลายอย่างสามารถอธิบายได้ด้วยสิ่งที่เรียกว่า “สัญญาณ (signal)” โดยข้อมูลที่ต้องการจะแฝงอยู่ในรูปแบบการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ ตัวอย่างเช่นภาพที่ 1.1 (ก) แสดงวงจรไฟฟ้าแบบ RL ที่มีตัวความต้านทานและตัวเหนี่ยวนำต่ออนุกรมกัน และเมื่อเชื่อมต่อสวิตช์ที่เวลา $t = 0$ ก็จะได้กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าที่ไหลภายในวงจรไฟฟ้าเมื่อ $t > 0$ ตามภาพที่ 1.1 (ข) ซึ่งในกรณีนี้สัญญาณก็คือรูปแบบการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าเมื่อเทียบกับเวลาตามความสัมพันธ์ $i(t) = (E/R)(1 - e^{-Rt/L})$

จากตัวอย่างข้างต้นทำให้สรุปได้ว่า สัญญาณคือฟังก์ชัน (function) ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แสดงปริมาณทางกายภาพ โดยทั่วไปสัญญาณจะถูกแทนด้วยฟังก์ชันของตัวแปรอิสระหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งตัวแปร เช่น สัญญาณ $x(t)$ หมายถึงสัญญาณ x ที่เป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ t เป็นต้น ดังนั้นในทางปฏิบัติสัญญาณจึงมีมากมายหลายรูปแบบให้พบเห็นในชีวิตประจำวัน ได้แก่ สัญญาณเสียง สัญญาณภาพ สัญญาณคลื่นหัวใจ สัญญาณความดันโลหิต สัญญาณการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในห้อง และสัญญาณราคาหลักทรัพย์ เป็นต้น



ภาพที่ 1.1 (ก) วงจรไฟฟ้าแบบ RL และ (ข) กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงของกระแสไฟฟ้าเมื่อเทียบกับเวลา

1.2 ประเภทของสัญญาณ

ในทางปฏิบัติสัญญาณที่ใช้งานทั่วไปสามารถแบ่งออกได้หลายประเภทตามคุณลักษณะของสัญญาณดังต่อไปนี้

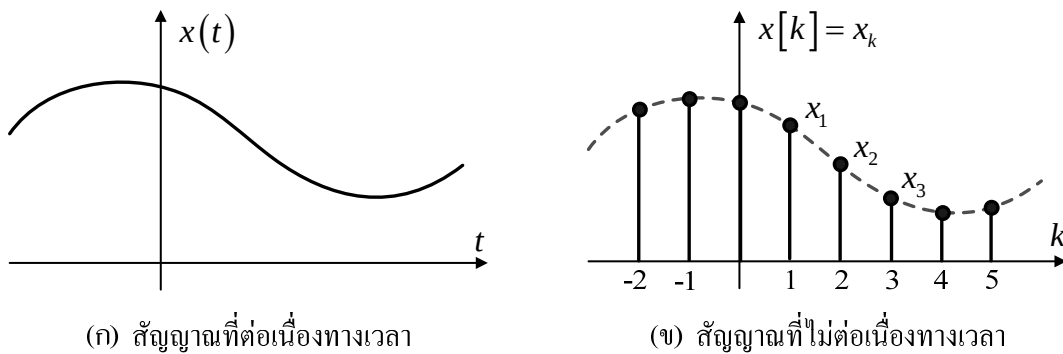
1.2.1 สัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาและสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา

สัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา (continuous-time signal) คือสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องทางเวลา โดยทั่วไปจะใช้สัญลักษณ์ $x(t)$ แทนสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา x เมื่อ t คือตัวแปรอิสระที่ต่อเนื่องทางเวลา (นั่นคือตัวแปร t มีค่าเป็นจำนวนจริง) เพราะฉะนั้นค่าของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาจึงเป็นสมาชิกของเซตจำนวนจริงหรือเซตอนันต์ (infinite set) ตัวอย่างของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาได้แก่ เสียงพูด, สัญญาณภาพ, และคลื่นวิทยุ เป็นต้น

สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (discrete-time signal) คือสัญญาณที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องทางเวลา โดยทั่วไปจะใช้สัญลักษณ์ $x[k]$ หรือ x_k แทนสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา x เมื่อ k คือตัวแปรอิสระที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (นั่นคือตัวแปร k เป็นเลขจำนวนเต็มที่มีค่าจำกัด) ดังนั้นค่าของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาจึงเป็นสมาชิกของเซตจำกัด (finite set) ตัวอย่างของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาได้แก่ ดัชนีตลาดหุ้นไทย, จำนวนฮาร์ดดิสก์ไครฟ์ที่ผลิตได้, และจำนวนประชากรของประเทศ เป็นต้น ภาพที่ 1.2 แสดงตัวอย่างสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาและสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา

ในทางปฏิบัติสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา x_k มักจะได้มาจากการชักตัวอย่าง (sampling) สัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา $x(t)$ ที่ทุกช่วงเวลา $t = kT_s$ เมื่อ k เป็นเลขจำนวนเต็ม และ T_s คือคาบการชักตัวอย่าง (sampling period) โดย $f_s = 1/T_s$ คือความถี่การชักตัวอย่าง (sampling frequency) ดังนั้นสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาที่ได้จากการชักตัวอย่างสามารถเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้คือ (ดูภาพที่ 1.2(ข))

$$x[k] = x_k = x(t)|_{t=kT_s} = x(kT_s) \quad (1.1)$$



ภาพที่ 1.2 ตัวอย่าง (ก) สัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา และ (ข) สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา

ซึ่งหมายความว่าข้อมูล x_k แต่ละตัวจะอยู่ห่างกัน T_s หน่วย ในหนังสือเล่มนี้ข้อมูลแต่ละตัวของ x_k จะถูกเรียกว่า “แซมเปิล (sample)” และแซมเปิลหลายๆ แซมเปิลที่เรียงต่อกันเป็นชุดจะเรียกว่า “ลำดับข้อมูล (data sequence)” ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\{x_k\}$

หมายเหตุ สมการ (1.1) แสดงให้เห็นว่าสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา $x[k]$ สามารถใช้เป็นตัวแทนของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา $x(t)$ ได้อย่างสมบูรณ์ ถ้าความถี่การชักตัวอย่างสอดคล้องกับทฤษฎีบทการชักตัวอย่าง (sampling theorem) ซึ่งจะอธิบายต่อไปในบทที่ 8

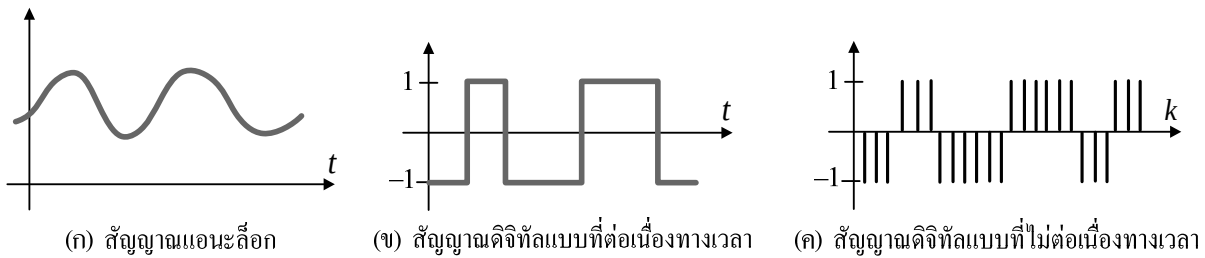
1.2.2 สัญญาณแอนะล็อกและสัญญาณดิจิทัล

สัญญาณแอนะล็อก (analog signal) คือสัญญาณที่แอมพลิจูด (amplitude) มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องทางเวลา ดังนั้นสัญญาณแอนะล็อกทุกสัญญาณจึงถือว่าเป็นสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา นั่นคือค่าของสัญญาณแอนะล็อกจะเป็นสมาชิกของเซตจำนวนจริงดังแสดงในภาพที่ 1.3 (ก)

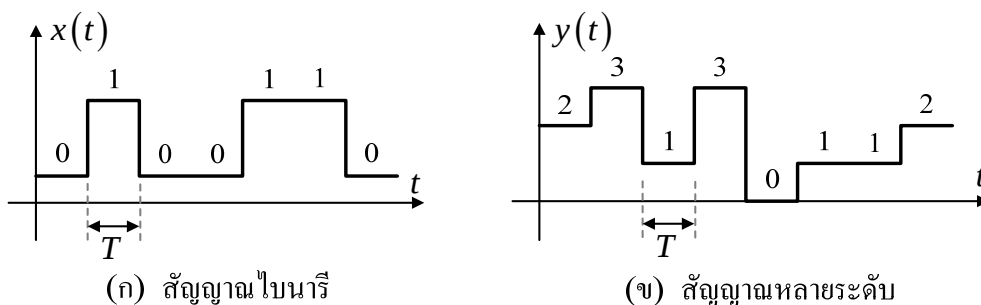
ในขณะที่สัญญาณดิจิทัล (digital signal) คือสัญญาณที่มีแอมพลิจูดหรือค่าของสัญญาณภายในเซตจำกัด ดังนั้นสัญญาณดิจิทัลอาจหมายถึงสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาหรือสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาก็ได้ตามภาพที่ 1.3 (ข – ค) โดยทั่วไปสัญญาณดิจิทัลแบบที่ต่อเนื่องทางเวลา (พบบ่อยในระบบสื่อสารดิจิทัล) สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทคือ สัญญาณสองระดับหรือสัญญาณไบนารี (binary signal) และสัญญาณหลายระดับ (multi-level signal) ตามภาพที่ 1.4

1.2.2.1 สัญญาณไบนารี

สัญญาณไบนารีจะมีระดับสัญญาณ (หรือแอมพลิจูด) อยู่สองระดับ โดยทั่วไปสัญญาณระดับหนึ่งจะใช้แทนข้อมูลเลข “0” และสัญญาณอีกระดับหนึ่งจะใช้แทนข้อมูลเลข “1” ดังแสดงในภาพที่ 1.4 (ก) นอกจากนี้ในระบบสื่อสารดิจิทัล ข้อมูลแต่ละตัวของสัญญาณไบนารีนิยมเรียกกันว่า “บิต (bit)” นั่นคือบิต 0 และบิต 1 โดยที่



ภาพที่ 1.3 ตัวอย่างสัญญาณแอนะล็อกและสัญญาณดิจิทัลแบบต่างๆ



ภาพที่ 1.4 ตัวอย่าง (ก) สัญญาณไบนารี และ (ข) สัญญาณหลายระดับ

บิตแต่ละบิตจะมีช่วงเวลาห่างกัน T วินาที เมื่อ T คือคาบของบิต (bit period) ดังนั้นอัตราข้อมูล (data rate) สามารถนิยามได้โดย

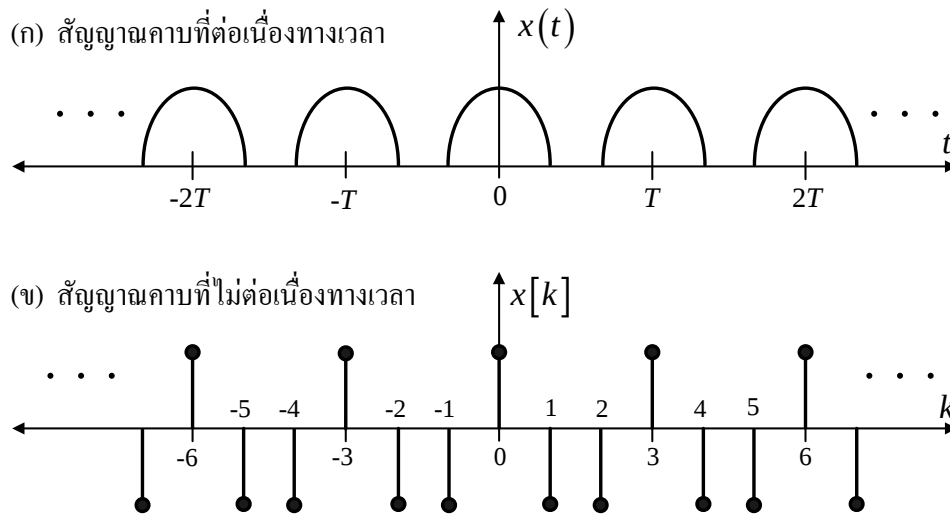
$$R = \frac{1}{T} \quad (1.2)$$

มีหน่วยเป็นบิตต่อวินาที (bps: bit per second)

ข้อดีของสัญญาณไบนารีคือสามารถนำข้อมูลไปประมวลผลได้รวดเร็ว เนื่องจากข้อมูลมีเพียงสองสถานะคือค่า 0 และค่า 1 ซึ่งสอดคล้องกับการทำงานของระบบคอมพิวเตอร์ นอกจากนี้การออกแบบและการสร้างวงจรอิเล็กทรอนิกส์ต่างๆ เพื่อทำงานกับสัญญาณไบนารีก็สามารถทำได้โดยง่ายและมีราคาถูก อย่างไรก็ตามข้อเสียของการใช้สัญญาณไบนารี (เมื่อเทียบกับสัญญาณหลายระดับ) ก็คือจะต้องใช้บิตจำนวนมากสำหรับแทนข้อมูล เช่น สมมติว่าถ้าต้องการเก็บข้อมูลตัวอักษร {ก, ข, จ, ..., ฮ} รวมทั้งหมด 44 ตัวอักษร แสดงว่าต้องใช้บิตอย่างน้อยเป็นจำนวน 6 บิต ($2^6 = 64$) สำหรับแทนค่าตัวอักษรแต่ละตัว ซึ่งจะทำให้สิ้นเปลืองเนื้อที่ในการจัดเก็บข้อมูลในอุปกรณ์ฮาร์ดดิสก์ใดๆ และการประมวลผลข้อมูลก็จะใช้เวลานานขึ้น

1.2.2.2 สัญญาณหลายระดับ

สัญญาณหลายระดับจะมีระดับสัญญาณอยู่หลายระดับแต่อยู่ภายในเขตจำกัด ตัวอย่างเช่น สัญญาณหลายระดับในภาพที่ 1.4 (ข) มีระดับสัญญาณทั้งหมด 4 ระดับ โดยที่สัญญาณแต่ละระดับจะถูกแทนด้วยตัวเลข $\{0, 1, 2, 3\}$



ภาพที่ 1.5 ตัวอย่าง (ก) สัญญาณคาบที่ต่อเนื่องทางเวลา และ (ข) สัญญาณคาบที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา

ข้อดีของสัญญาณหลายระดับคือช่วยประหยัดเนื้อที่ในการจัดเก็บข้อมูล เช่น สมมติว่าสัญญาณหลายระดับมีค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมด 4 ค่า ดังนั้นถ้าต้องการเก็บข้อมูลตัวอักษร {ก, ข, จ, ..., ฮ} รวมทั้งหมด 44 ตัวอักษร แสดงว่าต้องใช้ตัวเลข {0, 1, 2, 3} อย่างน้อยเป็นจำนวน 3 ตัว ($4^3 = 64$) สำหรับแทนค่าตัวอักษรแต่ละตัว อย่างไรก็ตามข้อเสียของการใช้สัญญาณหลายระดับคือ วงจรอิเล็กทรอนิกส์ที่ทำงานกับสัญญาณหลายระดับจะมีความซับซ้อนมากขึ้น ดังนั้นการเลือกสัญญาณดิจิทัลแบบใดมาใช้งานจึงขึ้นอยู่กับลักษณะของงานประยุกต์ (application) เช่น สัญญาณไบนารีนิยมนำมาใช้ในระบบการบันทึกข้อมูลของฮาร์ดดิสก์ใดก็ได้ ในขณะที่สัญญาณหลายระดับนิยมนำมาใช้ในระบบการบันทึกข้อมูลของแผ่นซีดีและแผ่นดีวีดี เป็นต้น

1.2.3 สัญญาณคาบและสัญญาณไม่เป็นคาบ

สัญญาณคาบ (periodic signal) คือสัญญาณที่มีรูปร่างซ้ำตัวมันเองทุกๆ ช่วงเวลาที่กำหนด โดยจะเรียกช่วงเวลานี้ว่า “คาบ (period)” ของสัญญาณ ดังนั้นสัญญาณคาบที่ต่อเนื่องทางเวลา (periodic continuous-time signal) คือสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา $x(t)$ ที่สามารถหาคาบเวลา T ที่เป็นค่าบวกที่ทำให้

$$x(t) = x(t + mT) \quad (1.3)$$

สำหรับทุกค่า t เมื่อ m เป็นเลขจำนวนเต็ม ภาพที่ 1.5 (ก) แสดงตัวอย่างของสัญญาณคาบที่ต่อเนื่องทางเวลา ซึ่งในที่นี้สามารถพิจารณาได้ว่าสัญญาณ $x(t)$ เป็นสัญญาณที่มีคาบเท่ากับ mT หน่วย อย่างไรก็ตามค่า T ที่น้อยที่สุดที่ยังคงทำให้สมการ (1.3) เป็นจริงจะเรียกว่า “คาบมูลฐาน (fundamental period)” ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ T_0 (นั่นคือเมื่อ $m = 1$ จะได้ว่า $T_0 = T$) และส่วนกลับของคาบเวลา T_0 จะเรียกว่า “ความถี่มูลฐาน (fundamental frequency)” f_0 ซึ่งหาได้จาก

$$f_0 = \frac{1}{T_0} \quad (1.4)$$

มีหน่วยเป็นเฮิรตซ์ (Hz: hertz)

นอกจากนี้สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา $x[k]$ ก็สามารถเป็นสัญญาณคาบได้ ถ้าสามารถหาคาบเวลา N ที่เป็นเลขจำนวนเต็มบวกที่ทำให้

$$x[k] = x[k + N] \quad (1.5)$$

สำหรับทุกค่า k ตามภาพที่ 1.5 (ข) ซึ่งในที่นี้จะได้ว่าสัญญาณ $x[k]$ มีคาบเท่ากับ $N, 2N, 3N, \dots$ เมื่อ $N = 3$ ในทำนองเดียวกันคาบมูลฐาน N_0 คือค่า N ที่น้อยที่สุดที่ทำให้สมการ (1.5) เป็นจริง นั่นคือ $N_0 = 3$

สัญญาณคาบมีคุณสมบัติที่สำคัญคือ สัญญาณคาบเพียงหนึ่งคาบจะมีคุณลักษณะเทียบเท่ากับสัญญาณคาบทั้งหมด ดังนั้นสัญญาณคาบเพียงหนึ่งคาบสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลต่างๆ ได้ครบถ้วน แทนที่จะวิเคราะห์ข้อมูลจากสัญญาณคาบทั้งหมด สำหรับสัญญาณอื่นๆ ที่ไม่ได้มีลักษณะเป็นสัญญาณคาบจะเรียกว่า สัญญาณไม่เป็นคาบ (aperiodic หรือ non-periodic signal)

ตัวอย่างที่ 1.1 กำหนดให้ $x_1(t)$ และ $x_2(t)$ เป็นสัญญาณคาบที่มีคาบเวลาเท่ากับ T_1 และ T_2 ตามลำดับ จงพิจารณาว่าสัญญาณ $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ เป็นสัญญาณคาบหรือไม่

วิธีทำ จากคุณสมบัติของสัญญาณคาบจะได้ว่า

$$x_1(t) = x_1(t + mT_1) \quad \text{และ} \quad x_2(t) = x_2(t + nT_2)$$

เมื่อ m และ n เป็นเลขจำนวนเต็มใดๆ ถ้ากำหนดให้ $mT_1 = nT_2 = T$ แล้วจะได้ว่า

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1(t) + x_2(t) = x_1(t + mT_1) + x_2(t + nT_2) \\ &= x_1(t + T) + x_2(t + T) \\ &= x(t + T) \end{aligned}$$

ดังนั้นสัญญาณ $x(t)$ จะเป็นสัญญาณคาบ ก็ต่อเมื่ออัตราส่วน T_1/T_2 เป็นจำนวนตรรกยะ¹ และคาบเวลาของ $x(t)$ มีค่าเท่ากับตัวคูณร่วมน้อย (least common multiple) ของค่า T_1 และ T_2

¹ จำนวนตรรกยะ (rational number) คือจำนวนเต็มหรือถ้าเป็นเศษส่วนก็เป็นเศษส่วนที่หาค่าของผลหารแล้วลงตัว นั่นคือได้ผลลัพธ์เป็นทศนิยมรู้จบหรือทศนิยมซ้ำ เช่น $-2, 3, 100$, หรือ $10/3 = 3.3333\dots$ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1.2 จงหาคาบมูลฐาน T_0 ของสัญญาณไซน์ซอซด์ (sinusoidal signal) $x(t) = \sin(0.4\pi t)$

วิธีทำ สัญญาณ $x(t)$ จะมีคาบมูลฐานเท่ากับ T_0 ก็ต่อเมื่อสามารถหาค่า T_0 ที่ทำให้ $x(t) = x(t + T_0)$ นั่นคือ

$$\sin(0.4\pi t) = \sin(0.4\pi [t + T_0]) = \sin(0.4\pi t + 0.4\pi T_0)$$

เนื่องจาก $\sin(\theta) = \sin(\theta + 2n\pi)$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นคาบมูลฐาน T_0 หาได้จาก $0.4\pi T_0 = 2n\pi$ ซึ่งจะได้ว่า

$$T_0 = \frac{2n\pi}{0.4\pi} = 5n = 5$$

เมื่อ $n=1$ นั่นคือคาบมูลฐานของสัญญาณ $x(t)$ มีค่าเท่ากับ $T_0 = 5$ หน่วย

1.2.4 สัญญาณเชิงกำหนดและสัญญาณสุ่ม

สัญญาณเชิงกำหนด (deterministic signal) คือสัญญาณที่สามารถระบุได้แน่นอนว่าค่าหรือคุณสมบัติของสัญญาณ ณ เวลาใดๆ จะเป็นอย่างไร ดังนั้นสัญญาณเชิงกำหนดจึงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์ได้ ในขณะที่สัญญาณสุ่ม (random signal) คือสัญญาณที่ไม่สามารถระบุได้แน่นอนว่าคุณสมบัติของสัญญาณ ณ เวลาใดๆ จะเป็นอย่างไร

โดยทั่วไปในระบบสื่อสาร สัญญาณที่พบมากจะมีลักษณะเป็นสัญญาณสุ่มโดยอาจอยู่ในรูปของสัญญาณข่าวสารที่ต้องการหรือใช้ประโยชน์ได้ เช่น สัญญาณเสียงในระบบโทรศัพท์, สัญญาณภาพผ่านระบบดาวเทียม, และสัญญาณข้อมูลที่จัดเก็บในฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ เป็นต้น หรืออาจอยู่ในรูปของสัญญาณรบกวน (noise) ที่เกิดขึ้นในระบบซึ่งเป็นที่ไม่ต้องการ เช่น สัญญาณรบกวนเชิงความร้อน (thermal noise) ที่เกิดจากการเคลื่อนไหวของอิเล็กตรอนในขณะใช้งานอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ ทำให้เกิดการแผ่ความร้อนออกมาในรูปของสัญญาณรบกวน เป็นต้น

หมายเหตุ หนังสือเล่มนี้จะใช้โปรแกรม SCILAB [6 – 7] ในการวาดรูปกราฟของสัญญาณต่างๆ รวมทั้งผลการทดลองที่ได้จากการจำลองระบบ (simulation) นอกจากนี้ผู้อ่านควรพยายามทดลองวาดรูปสัญญาณต่างๆ ในหนังสือเล่มนี้ เพื่อช่วยทำให้เข้าใจในบทเรียนมากยิ่งขึ้น

1.2.5 สัญญาณพลังงานและสัญญาณกำลัง

ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าถ้ากำหนดให้ $v(t)$ คือค่าแรงดันไฟฟ้ามีหน่วยเป็นโวลต์ (V: volt) และ $i(t)$ คือกระแสไฟฟ้ามีหน่วยเป็นแอมแปร์ (A: ampere) ที่ไหลผ่านตัวความต้านทาน R ซึ่งมีหน่วยเป็นโอห์ม (Ω : ohm) เพราะฉะนั้นกำลังชั่วขณะ (instantaneous power) นิยามโดย

$$p(t) = v(t)i(t) = \frac{1}{R} v^2(t) \quad (1.6)$$

ดังนั้นพลังงานรวม (total energy) ที่ใช้ไปในช่วงเวลา $t_1 \leq t \leq t_2$ คือ

$$\int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \frac{1}{R} \int_{t_1}^{t_2} v^2(t) dt \quad (1.7)$$

และกำลังเฉลี่ย (average power) ที่ใช้ไปในช่วงเวลา $t_1 \leq t \leq t_2$ คือ

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \left[\int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \right] = \frac{1}{t_2 - t_1} \left[\frac{1}{R} \int_{t_1}^{t_2} v^2(t) dt \right] \quad (1.8)$$

จากนิยามของพลังงานและกำลังที่ใช้ไปในวงจรไฟฟ้า ทำให้สามารถนิยามพลังงานรวมของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา $x(t)$ ที่ใช้ไปในช่วงเวลา $t_1 \leq t \leq t_2$ ได้คือ

$$\int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt \quad (1.9)$$

เมื่อ $|x(t)|$ คือค่าสัมบูรณ์หรือขนาดของ $x(t)$ และค่ากำลังเฉลี่ยทางเวลา (time-averaged power) ของ $x(t)$ คือ

$$\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt \quad (1.10)$$

ในทำนองเดียวกันพลังงานรวมของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา $x[k]$ ที่ใช้ไปในช่วงเวลา $k_1 \leq k \leq k_2$ สามารถนิยามได้ดังนี้

$$\sum_{k=k_1}^{k_2} |x[k]|^2 \quad (1.11)$$

และค่ากำลังเฉลี่ยทางเวลาของ $x[k]$ คือ

$$\frac{1}{k_2 - k_1 + 1} \sum_{k=k_1}^{k_2} |x[k]|^2 \quad (1.12)$$

อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติจะสนใจพลังงานของสัญญาณในช่วงเวลานันต์เท่านั้น นั่นคือเมื่อ $-\infty \leq t \leq \infty$ และ $-\infty \leq k \leq \infty$ ดังนั้นในกรณีนี้จะได้ว่าพลังงานรวมของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา คือ

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (1.13)$$

และพลังงานรวมของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา คือ

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |x[k]|^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |x[k]|^2 \quad (1.14)$$

เช่นเดียวกันจะได้ว่ากำลังเฉลี่ยทางเวลาของสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา $x(t)$ ที่ใช้ไปในช่วงเวลาอนันต์คือ

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt \quad (1.15)$$

และกำลังเฉลี่ยทางเวลาของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา $x[k]$ ที่ใช้ไปในช่วงเวลาอนันต์คือ

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |x[k]|^2 \quad (1.16)$$

เพราะฉะนั้นสัญญาณใดๆ จะถูกเรียกว่า “สัญญาณกำลัง (power signal)” ก็ต่อเมื่อค่ากำลังของสัญญาณมีค่าจำกัด กล่าวคือ $0 < P < \infty$ ดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1.3 จงหาลำดับของสัญญาณ $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ เมื่อ $\omega = 2\pi f_0$ มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที (radians per second), f_0 คือความถี่มูลฐาน, และ ϕ เป็นค่าคงตัว (constant) ของมุมเฟส (phase)

วิธีทำ เนื่องจาก $x(t)$ เป็นสัญญาณคาบที่มีคาบเวลาเท่ากับ $T_0 = 1/f_0$ ดังนั้นกำลังของสัญญาณสามารถหาได้จากสมการ (1.15) นั่นคือ

$$\begin{aligned} P &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |x(t)|^2 dt \\ &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} |A \cos(\omega t + \phi)|^2 dt \\ &= \frac{1}{T_0} A^2 \int_0^{T_0} \left[\frac{1 + \cos(2\omega t + 2\phi)}{2} \right] dt \\ &= \frac{A^2}{2T_0} \left[\int_0^{T_0} 1 dt + \int_0^{T_0} \cos(2\omega t + 2\phi) dt \right] \\ &= \frac{A^2}{2T_0} [T_0 + 0] = \frac{A^2}{2} \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\int_0^{T_0} \cos(2\omega t + 2\phi) dt = 0$